ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ – 2022

Государственная корпорация по атомной энергии «Росатом»

Снежинский физико-технический институт -

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(СФТИ НИЯУ МИФИ)

Отчет о результатах произведенного расчета Задача № <u>задачи Прочность12231</u>

Выполнил(а): <u>Абдуллин Ринат</u> <u>Ришатович</u>

Введение

Представлен отчет по выполнению конкурсного задания «Трубопровод с теплоносителем. Модальный анализ» в рамках Всероссийской олимпиады по математическому моделированию по направлению «прочность».

Постановка задачи

Требуется построить конечно-элементную модель участка стального трубопровода и определить первые 3 собственные частоты конструкции. Схема конструкции представлена на рисунках 1и 2.

При расчете учесть влияние теплоносителя.

Условия закрепления: торцы моделируемого участка трубопровода жёстко закреплены.



Исходные данные представлены в таблице 1.

Рисунок 1 – Общий вид конечно элементной модели



Рисунок 2 – Сечение трубопровода

Таблица 1 – Исходные данные

Наименование цараметра	Обозначение параметра,	Величина
Паименование параметра	единицы измерения	параметра
Длина участка	L, мм	1000
трубопровода		
Радиус гиба трубопровода (по средней линии)	R , мм	200
Внешний диаметр трубопровода	D, мм	100
Внутренний диаметр трубопровода	d, мм	50
Модуль упругости стали	Е, ГПа	200
Коэффициент Пуассона стали	ν	0,3
Плотность стали	ρ _{ст} , кг/м ³	7850
Плотность теплоносителя	ρ _т , кг/м ³	1000

Теоретическая часть

При проведении классического модального анализа конструкции без учета демпфирования осуществляется поиск собственных частот и соответствующих им форм свободных колебаний рассматриваемой конструкции. Для этого рассматривается однородное уравнение без учета члена уравнения, отвечающего за демпфирование, и без вектора правой части, описывающего прикладываемые нагрузки (для поиска свободных колебаний):

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \tag{1}$$

где *М* – матрица масс конструкции;

К– матрица жесткости;

и и *ü* – вектора узловых перемещений, скорости и ускорения.

Предполагается, что конструкция ведет себя линейно, что означает игнорирование всех видов нелинейностей: материальной (рассматривается линейное упругое поведение материалов), случай малых деформаций (отсутствует учет эффектов, связанных с геометрической нелинейностью), контактной (контактное взаимодействие учитывается в линейной постановке без изменения контактного пятна).

Решение уравнения (1) ищется в виде (2):

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\phi}_i \boldsymbol{e}^{i\omega_i t} \tag{2}$$

где ϕ_i – вектор с амплитудами перемещений в степенях свободы конструкции;

*^ω*_{*i*} – частота колебаний.

После подстановки решения в форме (2) в уравнение (1) получается матричное уравнение (3):

$$[\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}] \boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{0} \tag{3}$$

Поскольку интересует нетривиальное решение уравнения (3), то для него решается задача на собственные числа и вектора, в результате чего получается набор пар ω_i и ϕ_i , соответствующих і - ой собственной частоте рассматриваемой конструкции и ее форме свободных колебаний. Как правило, интересуют не все собственные частоты конструкции ω_i , а только относительно небольшое их количество с минимальными значениями. Поэтому при поиске собственных частот конструкции решается частичная проблема на собственные значения. Наряду с круговой собственной частотой ω_i также вводится собственная частота f_i , определяющая число колебаний в единицу времени, и вычисляемая по формуле (4):

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \tag{4}$$

Полученные в результате решения вектора ϕ_i являются взаимно ортогональными относительно матриц *K* и *M* и определены с точностью до множителя. В ЛОГОС-Прочность ϕ_i нормируются в соответствии с формулами (5), т.е. являются ортонормированными относительно матрицы *M*:

$$\boldsymbol{\phi}_{i}^{T}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\phi}_{i} = \boldsymbol{\delta}_{ii}, \quad \boldsymbol{\phi}_{i}^{T}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\phi}_{j} = \omega_{i}^{2}\boldsymbol{\delta}_{ij} \tag{5}$$

Выбранные параметры конечно-элементной модели и их обоснование



Для большей скорости решения воспользуемся многопоточностью процессора (рисунок 4).

Параметры расчетной задачи	×
Режим запуска О Последовательно Параллельно	Параметры вывода Шаг вывода 1
Параметры параллельного запуска Запустить все процессы на локальном хосте Запустить удаленно Детализация Число MPI-процессов Число OpenMP-потоков на MPI-процессе Тип декомпозиции Рекурсивная бисекция	¢
Рабочая директория	Помощь Сохранить Отмена

Рисунок 4

Сохраним рабочую директорию и пропишем путь к ней (рисунок 5).

ежим запуска	Параметры вывода	
) Последовательно	Шаг вывода 1	•
Параллельно		
араметры параллельного запу	ика	
Эапустить все процессы на	локальном хосте	
) Запустить удаленно		
Детализация		
Число МРІ-процессов 4 🖨		
Число OpenMP-потоков на MP	I-npoцecce 4	
Тип декомпозиции Рекурсив	ная бисекция	
i antipara		
	udent_10/truba	
очая директория стозетала		
	-	

Рисунок 5

Создаём компонент под названием «Труба» (рисунок 6 – 7).



Рисунок 6

🛐 317190770 - Управление (Ctrl+F12 - настройки)



Рисунок 7

Все физические величины будем задавать в системе СИ.

На панели «Операции» в инструменте «создание ребер» выбираем «создание ребра: по двум точкам» (рисунок 8).



Рисунок 8

Создаём ребра с координатами (рисунок 9-12).

2 - 2 2 - 2 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 -	- : ~ ~ B			: • @ • @	: 203
Создание ребра: по двун точкан	e ×	Операции	😝 Модель: 1-Логос - Прочность \ Окно визуализации: 1		
\leftarrow \rightarrow \checkmark	×	e	0000		
Точка 1	*	\$			
• [0, 0, 0] Координаты	უ ჯ.	Геон			
x:	0	- 🎓			
Y:	0	₽ <			
Z:	0	\neg ···			
		A			
Точка 2	*	🧉 🔍			
[0.8, 0, 0]	5 🌾 -	Cosp. Peőép			
Координаты		~ /	2		-
X:	0.8	N 🔊			
Y:	0	s L			
Z:	0	ㅋ 😓			
Целевой компонент: Труба	*	🍋 🛵			
		00			
		7 1	Y		
		0.0	7 X		
		1			
		0			
		6			

Рисунок 9

Т Ц , , Ј , Ц 🛄 😘 📜 📥 🎯 🛞 🕻 Создание ребра: по двун точкан 🛛 🖝 🗙	Операции	🛞 🕼 💽 🍸 🧏 🗽 👯 🕵 🕵 🕵 🥵 🥵 🥵 😵 🖓 🖓 📰 🛄 🖽 🚥 🌉 По холонентан 👻 🙀 Сокеная	• 😢
С Э У КОРАНИТЬ ОПЕРАЦИИО ВЫПОЛНИТЬ ОПЕРАЦИИО А	🔮 🍘	логос	
• [1, 0.2, 0] 5 💥 • Координаты	Гесн.		
X:1 Y:0.2			
Z: 0 Точка 2 R			
• [1, 0.8, 0] 5 У •	Cons. Petiep		
X: 1 Y: 0.8			
2: 0 Целевой контонент: Труба 🛛 👻			
		v	1
	0 🔊 6-	<u>z x</u>	

Рисунок 10

Career and and an an an array and		7 EX B7	🕅 🖗 🕐 T. T. T. T. 🖬 🖬 🕩 🚺 🖉 T	
создание реора; по двун точкан	ex Y	Операции	😰 Модель: 1-Логос - Прочность \Окно визуализации: 1	
Точка 1	× 🥑		ЛОГОС	
• [1,1,0,2]	5 *	Гесн		
Координаты	5 7	🌒 🛷		
X:	1	- 🎸		
Y:	1	8 🤦		
Z:	0.2	$\overline{}$		
Точка 2	*	× ×		
• [1.1.0.8]	S ×r	Cose. Peőép		
Координаты	5 7 1	NZ		
X:	1	N 🔊		
Y:	1	s L		
Z:	0.8	٦ 😓		
Целевой компонент: Труба	¥	20 🌽		
		$\odot \odot$		
			V Z	
			<u>^ </u>	
		-		
			Рисунок 11	
Создание ребра: по двун точкан	fr × On	рации 👔 М	адель: 1-Логос - Прочность \Окно визуализации: 1	
$\leftarrow \rightarrow \checkmark$	× 🕐 🔮			
Точка 1 Выполнить операцию	^	_ ^		
• [1.2, 1, 1]	- XYZ	KON		
Координаты	o 🧚 - 🚺			
Координаты Х:	1.2			
Координаты Х: Y:			_	
Координаты Х: Y: Z:				
Координаты X: Y: Z: Точка 2				
Координаты X: X: Z: Точка 2 • [2, 1, 1] К		ARK- A A A A A A A A A A A A A		
Координаты X: X: Z: Точка 2 • [2, 1, 1] К Координаты У				
Koopsimana x: t: z: Towa 2 (2, 1, 1) K Koopsimana x: Koopsimana x: E				
Корадинаты X: Y: Z: Точка 2 (2. J. 1) К Корадинаты X: Y: Z:				
Кординаты X: Y: Z: Точка 2 (2, 1, 1) Кординаты X: Y: Z: Hearen in annum y Tudio				
Координаты X: Z: Towas 2 (2. 1, 1) Координаты X: Координаты X: 2: Целевой колтонент: TpySe				
Координалы Х: 2: Тонка 2 Сонка 2 Сонка 2 Координалы Х: Координалы Х: Х: Сонка 2 Сонка				
Координалы Х: 2: Точка 2			1 ^V x	
Координаты X: Z: Течка 2 Координаты X: Координаты X: X: X: X: X: X: Lleneen® контонент: Tpyfa			Ľ∡	
Координаты х: 2: Точка 2 Координаты х: Координаты х: х: с			ř×z	

Рисунок 12

На панели «Операции» в инструменте «создание ребер» выбираем «создание ребра: по дуге окружности» (рисунок 13 – 16).

Способ создания «По центру и двум точкам» (рисунок 13).



Рисунок 13

Выбираем центр и интерактивно две точки на построенных ранее рёбрах Способ создания «По центру и двум точкам»

x	создание реорално дуге окружности	e x	Операции	80 Модель: 1-Логос - Прочность \ Окно визуализации: 1
	$\leftarrow \rightarrow \checkmark$	× ?	2	ΠΟΓΟΟ
	Способ задания Выполнить операцию	*	\$	
	По центру и двум точкам	•	Гесм	
	Центр	*	6 🅢	
	• [0.8, 0.2, 0] ⁵	* *		/
	Координаты			
	X:	0.8	<u> </u>	
	Yi	0.2	R N	
	Z:	0	e	
			Cost. Peter	
	Точка на дуге	~	N /	
	• [0.8, 0, 0] ⁵	P	NN	
	Точка плоскости	*		•)
	• [1, 0.2, 0]	۰.	7 🔄 74 🌽	
	Целевой компонент: Труба	¥	ک 🍣	
			\odot	
			/ /	Č <u>z</u>

Рисунок 14

contraine beobar no this conditionation	б Х Операции	😥 Модель: 1-Логос - Прочность \ Окно визуализации: 1
$\leftarrow \rightarrow \checkmark$	0 🔮 🚳	50500
Способ задания Выполнить операцию	*	JIOLOC
По центру и двум точкам	теон	
Центр	* • *	
• [1, 0.8, 0.2] 5 🏷	• •	/
Координаты		\sim
X:		
n	8	
2:	Coss. Pe0ép	
Точка на дуге	* 📈 🖊	
• [1, 0.8, 0]	. · 🛯 🄊	
Tours appoints	- S L	
	- T 😓	
• [1, 1, 0.2]	- 🎽 🏷	
Целевой компонент: Труба	× 🍝 🗸	
	\odot	
	* /	Υ.
	0	2
	0	
		Рисунок 15
К. Создание реора: по дуге окружности	f ^o X Onese	
	and the second se	
$\langle \cdot \rangle \checkmark$	< 🕜 🔐	7
Способ задачия	< 🕜 🔮	логос
Способ задания По центру и длум точкам	< 🕜 * 🤗 • 📧	логос
Способ заданкя По центру и двун точкан Центр	 <td>логос</td>	логос
Способ заданкя По центрр и деун точкан Центр • [1.2, 1, 0.8]		логос
Способ заданка По центру и деун точкан Центр • [1.2, 1, 0.8] Координаты		логос
Способ задания По центру и длун точкан Центр • [1.2, 1, 0.8] Координати X:		ЛОГОС
Способ задания По центру и длун точкан Центр • [1.2, 1, 0.8] Кородинати X:		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центрр и длуя точкам Центр (1.2, 1, 0.8) Координаты Х: 1 2: 2:		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центрр и длун точкан Центр (1.2, 1, 0.8) Координаты Хі Точка на дуге		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центрр и длун точкан Центр (1.2, 1, 0.8) Координаты Хі Точка на дуге (1.1, 0.8) С		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центру и длун точкан Центр		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центру и длун точкан Центр (1.2, 1, 0.8) Координаты Х: Точка на дуге (1, 1, 0.8) Точка пласчести		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центру и длун точкан Центр		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центру и длун точкан Центр		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центру и длун точкан Центр (1.2, 1, 0.8) Координаты х; т. х; т. точка на дуге (1, 1, 0.8) Точка плосости (1, 2, 1, 1] Целезой контонит: Труба		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центру и длун точкан Центр		ЛОГОС
Способ задания Способ задания По центру и длун точкан Центр (1.2, 1, 0.8) Координаты х; т. х; т. точка на дуге (1, 1, 0.8) Точка плосости (1, 2, 1, 1] Целевой контонент: Труба		ΠΟΓΟΟ

Рисунок 16

На панели «Операции» в инструменте «создание ребер» выбираем «создание ребра: по окружности» (рисунок 17 – 18).

Способ создания «По центру и радиусу»

Направление по «Х»

Радиус для первой окружности «0,05»

Радиус для второй окружности «0,025»

Создание ребра: по окружности	∂× o	ерации	🗊 Модель: 1-Логос - Прочность \ Окно визуа	лизации: 1	
$\leftarrow \rightarrow \checkmark$	× 🕜 🔞	1	TOFOO	\frown	
Способ задания	*		JOLOC		
По центру и радиусу	•	eom			
Ілоскость	*				
Способ задания	₩ 7				
Направление	*				
1,0,0]	o 🛵 - 👩				
Опорная точка	*				
• [0, 0, 0]	o 🖊 - 💦	a. Peőép			
Отображение	< €	2			1
Центр	*	<u>C</u>	8		
• [0, 0, 0]	5 1				
Радиус	*	3			
0,05	6	0			
Целевой компонент: Труба	* 3		Y		
	C	0	X		
	6		14		
	0	но информа	ши		
	0	n't met r	resource info about host with alia	as "" (isn't existed)	

Рисунок 17



Рисунок 18

На панели «Операции» в инструменте «создание граней» выбираем «создание грани: линейчатая поверхность» (рисунок 19 – 20).

Интерактивно выбираем первый и второй набор рёбер





Рисунок 20

На панели «Операции» в инструменте «создание тел» выбираем «создание тела: заметанием» (рисунок 21 – 22).

Интерактивно выбираем созданную ранее грань и ребро

Способ создания «Параллельный перенос» - тело формируется параллельным переносом исходной грани вдоль направляющей



Рисунок 22

Для создания изгиба трубы выбираем (рисунок 23 – 24).

Способ создания «Перенос с сохранением исходного угла» - при протягивании будет сохраняться наклон исходной грани

Это позволит нам протянуть сетку вдоль всей трубы



Рисунок 23



Рисунок 24

Повторяем действия для следующих элементов (рисунок 25).



Рисунок 25

На панели «Операции» в инструменте «Сетка» выбираем «Генерация поверхностной сетки», «построение поверхностной сетки» (рисунок 26).

Тип сетки «Четырёхугольная»

Снимаем галку «Строить согласованную сетку»

Интерактивно выбираем торцевую грань



Рисунок 26

Число разбиений устанавливаем на 20 при этом образуется два элемента по толщине трубы. Характерный размер элемента приблизительно равен 0,0125 м или 12,5 мм. (рисунок 27 – 28).



Рисунок 27



Рисунок 28

На панели «Операции» в инструменте «Сетка» выбираем «Генерация объёмной сетки», «построение объёмной сетки протягиванием» (рисунок 29 – 30).

Число слоёв «30»

Снимаем галку «Строить согласованную сетку» (пока согласовывать с нечем)

Интерактивно выбираем стартовую грань и тело



Рисунок 30

На панели «Операции» в инструменте «Сетка» выбираем «Генерация объёмной сетки», «построение объёмной сетки протягиванием» (рисунок 31).

Число слоёв «15».

Ставим галку «Строить согласованную сетку», «Использовать автосшивку» для согласования и объединения узлов с уже построенной сеткой.

Интерактивно выбираем стартовую грань и тело



Рисунок 31

Остальные элементы сетки протягиваем с согласованием и автосшивкой (рисунок 32).



Рисунок 32

В дереве выбираем «Информация о модели» видим, что наша сетка состоит из объёмного элемента «Шестигранник» и плоского «Четырёхугольник» (рисунок 33).



Рисунок 33

Далее необходимо удалить 2D построенную сетку на грани, для этого на панели «Операции» в инструменте «Сетка» выбираем «Удаление сетки», «Удаление сетки» (рисунок 34 – 35).

Параметры: удаление сетки на гранях;

В строке выбора выбираем все



- Управление (Ctrl+F12 - настройки)

Рисунок 34



Рисунок 35

На панели «Операции» в инструменте «Сетка» выбираем «Проверка сетки», «Анализ качества сетки» (рисунок 36).

Убеждаемся, что по всем критериям у нас нет плохих ячеек



Рисунок 36

Создаём подобласти по компонентам (рисунок 37 – 38).



Рисунок 37

Снимаем галку с параметра «разделять по типу ячеек»





На рисунке видно число узлов (9960) и элементов (6600) (рисунок 39).



Рисунок 39

Во вкладке «Наборы узлов» создаём два набора (рисунок 40).



Рисунок 40

Активируем функцию па панели «Отбирать элементы по углу».

Для каждого набора узлов выделяем соответствующий торец трубы (рисунок 41 – 42).

0 - Управление (Ctrl+F12 - настройки)		-
] ЛОГОС-Препост - 1-Логос - Прочность (C:\Users\student_10\tru Iaño Прего Морать Операции Расцет Вид Мастора	iba\truba_model1_files\model1.yaml)	- σ
H @ @ F G & @ @ - 53 Q I	L. J. J. ** 1 L. J. J. 12 13 🔽 📥 🧭 🛞	
анель управления	gr x PointSet_1 (60) gr	X BADE: 1/870-709-0671 (Jono BRI)MINSURI 1
Чодели	01	
Image: Section () Image: Section () Image: Section () Image: Section () <td>Comparing Description</td> <td></td>	Comparing Description	
	a vi Infontistate	Рисунок 41
алов уцаански Молеон	e x resteries e	X GM Assess: 1-faroc - Tpoweorts (Dovo Batyanissuur: 1
	Papenerp Investence Papenerp 2 Papenerp 2	логос



Во вкладке «Задача» выбираем тип расчёта «модальный анализ» (рисунок 43).

нель управления	₫ × ^{Задача}	8 ×	F
дели	Параметр	Значение	
ᡖ Модели (1)	Тип расчета	Модальный анализ 🔻	
🖃 🔟 1-Логос - Прочность	Тип задачи	3D 👻	
🖃 🔛 Компоненты (2)			
— 📕 Теплоноситель			
🖵 🔳 Труба			
— 🕕 Информация о модели			
🖃 🎇 Подобласти (1)			
🖳 📕 1 Труба			
🖃 🔚 Наборы данных (2)			
🖃 🔚 Наборы узлов (2)			
 PointSet_1 (60) 			
PointSet_2 (60)			
— 🛅 Наборы граней			
— 🚞 Наборы ячеек			
— 🫅 Наборы подобластей			
🛄 Наборы точек			
🗷 🛅 Сетка - операции			
— 🧮 Задача (3D - Модальный анализ)			
- 🚝 Материалы			
— 🧮 Композиты			
— 🛅 Сечения балок			
— 🧮 Контакты			
🗷 🛅 Параметры счетных модулей (3)			
🗄 📈 Функциональные зависимости			
🗄 🍌 Локальные системы координат			
— 🛅 Вектора			
🗄 🛅 Нагрузки			
🗄 📃 Граничные условия			
🗉 🛅 Дополнительные модели			

Рисунок 43

Для упрощения задачи необходимо исключить из модели теплоноситель т.к. он не имеет жёсткости, а для того чтобы учесть его влияние необходимо добавить его массу в массу трубы. Для этого необходимо пересчитать плотность трубы. Пусть:

 $\rho_1 - плотность стали;$

ρ₂ – плотность теплоносителя;

V₁ – это объём по внешнему диаметру;

V₂ – это объём по внутреннему диаметру;

Тогда V₁-V₂ – это объём трубы;

А скорректированная плотность равна

$$\rho = \frac{(V_1 - V_2) \cdot \rho_1 + V_2 \cdot \rho_2}{(V_1 - V_2)} = \frac{(V_1 - V_2) \cdot \rho_1}{(V_1 - V_2)} + \frac{V_2 \cdot \rho_2}{(V_1 - V_2)} = \rho_1 + \rho_2 \frac{V_2}{(V_1 - V_2)}$$
$$= \rho_1 + \frac{\rho_2}{\frac{V_1}{V_2} - 1}$$

После упрощения получаем:

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 \cdot \frac{V_2}{V_1 - V_2}$$

Таким образом $\frac{V^2}{V_1-V_2}$ это коэффициент добавления при пересчёте плотности, отношение объёма теплоносителя к объёму трубы.

Это значит, что трубу можно рассматривать только на одном участке, отбросив остальные.

Рассмотрим трубу на прямолинейном участке

$$\frac{V_2}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi r_2^2 \cdot h}{2\pi r_1^2 \cdot h - 2\pi r_2^2 \cdot h} = \frac{2\pi r_2^2 \cdot h}{(r_1^2 - r_2^2)2\pi h} = \frac{r_2^2}{r_1^2 - r_2^2}$$

Где

r₁ – это радиус по внешнему диаметру;

r₂ – это радиус по внутреннему диаметру;

$$\frac{r_2^2}{r_1^2 - r_2^2}$$

Получается, что для пересчёта необходимо отношение квадрата внутреннего радиуса к разности квадратов внешнего и внутреннего радиуса

$$\frac{r_2^2}{r_1^2 - r_2} = \frac{25^2}{50^2 - 25^2} = \frac{625}{2500 - 625} = \frac{625}{1875} \approx 0,333 \dots$$

Вычисляем скорректированную плотность:

$ho = ho_1 + ho_2 \cdot 0,333$ $ho = 7850 + 1000 \cdot 0,333 = 8\ 183\ { m kg/m^3}$

Во вкладке «Материалы» добавляем материал. (рисунок 44).



Рисунок 44

Добавляем свойства к материалу во вкладке «Основные» выбираем «Плотность», во вкладке «Модели деформирования», «Упругие» выбираем «Изотропная» (рисунок 45).

10770 - Управление (Ctrl+F12 - настройки)				
Свойства материала Материал_1				
Доступные свойства		Выбранные св	ойства	
Основные Модели деформирования Модели деформирования Мурупи Модели деформирования Modenu actopution action consol Modenu action actio	< *	Свойство Основные Модели де Код Е	Плотность Упругие: Изотропная Эпачение	Модуль Юнга
		PR		Коэффициент Пуассона



В свойствах задаём скорректированную плотность, модуль упругости и коэффициент Пуассона (рисунок 46 – 47). Все данные задаем в системе СИ.

Основные	Плотность	
Модели де	Упругие: Изотропная	
	Значение	
Код		

Рисунок 46

Своиство		
Основные	Плотность	
Модели де	Упругие: Изотропная	
Код	Значение	
Код	Значение 2e11	Модуль Юнга

Рисунок 47

Во вкладке «Параметры счетных модулей», «Свойства подобластей» добавляем набор (рисунок 48).



Рисунок 48

Добавляем материал к созданному ранее набору (рисунок 49).



Рисунок 49

Далее добавляем к этому набору созданную нами подобласть (рисунок

50).



Рисунок 50

Во вкладке «Параметры счетных модулей», «Модальный анализ» выбираем число собственных частот равный 3(рисунок 51).



Во вкладке «Граничные условия», «Закрепления», добавляем два закрепления в наборах (рисунок 52).



Рисунок 52

Каждому закреплению выбираем набор узлов и запрещаем им перемещение по осям «Х», «Ү», «Z» (рисунок 53 – 54).



Рисунок 53



Рисунок 54

Запускаем расчётную задачу, по завершении расчёта просматриваем результаты

Результаты расчетов

На рисунке отображены первые три собственные частоты конструкции (рисунок 55). Все результаты расчетов выдаются в системе СИ.

N₽	Имя файла	Вреня
1	model1_000001.efr	0
2	model1_000002.efr	34.20311555937515
3	model1_000003.efr	47.46635399252452
4	model 1_000004.efr	60.2194293494917

Рисунок 55

Таблица 2 – Собственные частоты и собственные формы колебаний

Номер	Собственная	Собственная форма
собственной	частота, Гц	
частоты		
1	34.20	OFOC 0(sp) Result 0.141023 0.125353 0.109684 0.047007 0.477007 0.477007 0.477007 0.47836 0.062676 0.477007 0.47836 0.05699 0
2	47.47	Olspi Result 0100349 0.099199 0.078049 0.066899 0.055749 0.044599 0.03449 0.022299 0.033449 0.022299 0.011149 0
3	60.22	019601 Recut 0.1196971 0.09325 0.079928 0.066607 0.053285 0.039964 0.026642 0.013321 0.013321

Оценка сходимости результатов

Для проверки сходимости результатов необходимо провести моделирование на сетке с крупными и измельчёнными конечными элементами. После чего оценить разницу результатов и выбрать оптимальный размер элемента.

Сетка: один элемент по толщине (рисунок 56 – 57). Характерный размер элемента ~ 25 мм.





Рисунок 57

Результаты моделирования на сетке один элемент по толщине (рисунок 58).



Рисунок 58

Измельчённая сетка 4 элемента по толщине (рисунок 59 – 60). Характерный размер элемента ~ 6,25 мм.



Рисунок 59



Рисунок 60

Результаты моделирования на сетке четыре элемент по толщине (рисунок 61).

N₽		Имя файла	Вреня	
L	model 1_00000 1.efr	0		
2	model1_000002.efr	34	.44318510208217	
3	model1_000003.efr	47	.84607811701089	
4	model 1_000004.efr	60	.66689108241248	

Рисунок 61



количество элементов по толщине

График сходимости – зависимость собственных частот от числа элементов по толщине

Таблица 3 – Собственные частоты в зависимости от числа элементов по толщине

Nº co6	бственной	Ча	стота, Гц							
частоты		1	элемент	ПО	2	элемента	ПО	4	элемента	ПО
		тој	пщине		TO.	пщине		то.	лщине	
1		30.	.26		34	.20		34	.44	
2		46.	.00		47	.47		47	.85	
3		58.	.45		60	.22		60	.67	

Таблица 4 – Отличие результатов расчета на разных сетках

№ собственной	Отличие результатов, %	
частоты	1 элемент относительно 2	2 элемента относительно 4
	элементов	элементов
1	11,5	0,7
2	3,1	0,8
3	2,9	0,7

По данным таблицы 4 видно, что результаты определения собственных форм на сетке с двумя элементами по толщине трубы отличаются от результатов с четырьмя элементами не более, чем на 1 %, что можно считать

удовлетворительной точностью в инженерных расчетах. В целях экономии вычислительных ресурсов можно рекомендовать использовать сетку с двумя элементами по толщине.



Альтернативный способ решения на основе балочных элементов.

Рисунок 62

Разбиваем каждый отрезок геометрии 1D сеткой равномерно по 100 мм. (рисунок 63).



Рисунок 63

Объединяем узлы на краях отрезков (рисунок 64).

¢	Объединение узлов	ē×	Операции	🗊 Мадель: 1-Логос - Прочность \ Окно визуализации: 1
1	$\leftarrow \rightarrow \checkmark$	× ?	2	ПОГОС
	Тип элементов	*	•	
	Узлы	•		
	Элементы	*	Сетка	
	• 48	С	\$ 7	
	Режин	*		T T
	В точку между узлами	•	···> ··>	
	Точность	*	an a	
	0.001	S	🗰 🖤	
	Отображение	*	()	
	Отключить подсветку выбранных элементо	8	Узлы	÷
	Контроль топологии	*	*/	
	Отключить контроль топологии		1- 19	<u> </u>
			\bigcirc	
			S.1	
				t ^Y
				-X
1				

Рисунок 64

Создаём подобласть (рисунок 65).

Создаём подобласть (рисунок б	5).
л Правка Модель Операции Расчет Вид Инструменты Окн	а Справка
I 💾 🛷 🙉 📄 🖬 📭 🎯 🎯 - 🔀 💁 Ľ_ 💒 🗲	*_ L, , J, L, G, 🔎 📥 🥙 🕘 🗑 🐼
ель управления 🗗 🗙	Создание подобластей по компонентам 🗗 🗙 Операции
ели	$\leftarrow \rightarrow \checkmark$ \times \bigcirc \swarrow
 Модели (1) ✓ 1-Логос - Прочность ✓ Компоненты (1) ✓ Пруба ✓ Информация о модели ✓ Подобласти ✓ Наборы данных ✓ Наборы граней ✓ Наборы подобластей ✓ Наборы подобластей ✓ Наборы почек ✓ Сетка - операции ✓ Задача (3D - Модальный анализ) ✓ ✓ Композиты Сечения балок ✓ Контакты ✓ Параметры счетных модулей (4) ✓ Функциональные зависимости 	Параметры Выполнить операцию Разделять по типу ячеек У Удалить имеющиеся подобласти

Рисунок 65

На рисунке (рисунок 66) видно число узлов (42) и элементов (41)



Рисунок 66

Во вкладке «Наборы узлов» создаём один набор и помещаем в него начальный и конечный узел трубы (рисунок 67).



Рисунок 67

Во вкладке «сечение балок» создаём сечение, с параметрами (рисунок 68-69):

Тип сечения: TRUBE Наружный радиус трубы 0,05м. Внутренний радиус трубы 0,05м.





Рисунок 69

Во вкладке «Параметры счетных модулей», «Свойства подобластей» добавляем набор, в нём выбираем материал* и добавляем подобласть (рисунок 70 – 71):

*Материал в данном варианте решения задан аналогично предыдущему решению.



Рисунок 70



Рисунок 71

Во вкладке «Параметры счетных модулей», «Свойства подобластей» добавляем набор (рисунок 72 – 73). В наборе выбираем тип элемента «балочный» применяем созданное ранее сечение, ориентация в данном случае не имеет значения.



Рисунок 72

Параметр	Значение
Идентификатор	1
Название набора	Набор_1
= Материал	
Тип	Стандартный
Экземпляр	1
Конечный элемент	
Тип элемента	Балочный элемент
Аппроксимация	Балка, модифиц., 2 узл.
Поперечное сечение	
Сечение	Сечение балки_1
Ориентация	По умолчанию
🗉 Параметры	
Модифицированная	

Рисунок 73

Во вкладке «Параметры счетных модулей», «Модальный анализ» выбираем число собственных частот равный 3 (рисунок 74).

DOFOC-Препост - 1-Логос - Прочность (C:\Users\student_10\4\truba_model1_files\model1.yaml) Файл Правка Модель Операции Расчет Вид Инструменты Окна Справка

нель управления	₽×	Модальный анализ		Ð
одели		Параметр	Значение	_
ᡖ Модели (1)		Число собственных частот	3	
🖃 🔟 1-Логос - Прочность		Искать в диапазоне частот	Нет	
🖃 💶 Компоненты (1)		Преднапряженное состоя	Нет	
🛄 Труба		Учет демпфирования	Нет	
— 🕕 Информация о модели		Роторная динамика		
🖃 器 Подобласти (1)		Учет	Нет	
🛄 1 Труба		Циклическая симмет		
🖃 🧮 Наборы данных (1)		Гармонические инде	Bce	
🖃 🦰 Наборы уздов (1)		Матрица масс	Согласованная	
PointSet 1 (2)		Расчет напряжений	Нет	
Наборы граней		Расчет векторов невязки	Нет	
		Сохранить результаты	Нет	
Наборы водобластей				
Наборы тодобластся				
— В Залаца (3D - Молальный аналия)				
— Параметры счетных модулей (4)				
іюї і параметры сідеп решателя (1)				
🛛 🛄 Общие настроики				
😐 📂 Фүнкциональные зависимости				

Во вкладке «Граничные условия», «Закрепления», добавляем закрепление в наборах (рисунок 75).

Закреплению выбираем набор узлов и запрещаем ему поворот вокруг осей «Х» , «Y», «Z», а так же перемещение вдоль осей «Х» , «Y», «Z».



Рисунок 75

Результаты расчетов

На рисунке отображены первые три собственные частоты конструкции (рисунок 76). Все результаты расчетов выдаются в системе СИ.

model1_000001.efr model1_000002.efr model1_000003.efr	Имя файла		Время 0 34.25092934063867	
model1_000001.efr model1_000002.efr model1_000003.efr			0 34.25092934063867	
model1_000002.efr model1_000003.efr			34.25092934063867	
model1_000003.efr				
			47.48805266575049	
model1_000004.efr			60.41519334448925	
	Перейти	Закрыть		
	model1_000004.efr	model1_000004.efr	model1_000004.efr	model1_000004.efr 60.41519334448925

Рисунок 76

Таблица 5 – Собственные частоты и собственные формы колебаний

Номер	Собственна	Собственная форма
собственно	я частота, Гц	
й частоты		
1	34.25	огос
-	0	Displ_Result
		0.11607
		0.103311
		0.073793
		0 059035
		0.029517
		0.014758
2	47.49	Displ_Result 0.065 0.0675 0.0756 0.0547 0.0437 0.0437
		0.0100
		IZ X
3	60.42	Displ Result 0.110758 0.098452 0.086145 0.073839 0.061532 0.049226 0.093919 0.024613 0.02306

Таблица 6 – Сравнение результатов расчётов балочной модели относительно результатов модели на основе объёмных элементов.

№ собственной	Частота, Гц.	Отличие, %	
частоты	Модель на основе	Модель на	
	объёмных	основе балочных	
	элементов (2	элементов	
	элемента по		
	толщине)		
1	34.20	34.25	0,15
2	47.47	47.49	0,04
3	60.22	60.42	0,33

Вывод:

Балочная модель содержит 42 узла и 41 элемент. Модель на основе объёмных элементов (2 элемента по толщине) содержит 9960 узлов и 6600 элементов. Балочная модель на 3 порядка экономичнее в вычислительном плане.

Результаты, полученные с использованием балочной модели, отличаются от результатов, полученных с использованием модели на основе объёмных элементов, не более чем 0,5%.

Данную задачу выгоднее решать с использованием балочной модели.

Заключение

В отчете приведено построение конечно-элементной модели трубопровода с теплоносителем на основе объемных элементов. Проведен модальный анализ. Выполнена оценка сходимости расчетов с использованием различных размеров конечных элементов, в результате которой обоснован выбор размера конечного элемента. Получены первые три собственные частоты и собственные формы колебаний конструкции. Собственные частоты имеют значения: 34.20 Гц (первая), 47.47 Гц (вторая) и 60.22 Гц (третья). Предложен альтернативный способ решения задачи в балочной постановке. Показано, что при существенной экономии вычислительных ресурсов, модель в балочной постановке позволяет получить результаты, отличающиеся от результатов модели на основе объемных элементов не более чем на 0,5 %.